

Учредитель - администрация г. Рязани

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Школа №72 с углубленным изучением отдельных учебных предметов»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по элективному курсу

«Замечательные неравенства, их обоснование и применение»

Уровень образования: 10 класс

Количество часов: 34

Учитель: Колесник Е.Е.

Программа разработана на основе основной образовательной программы среднего общего образования МБОУ «Школа № 72 с углубленным изучением отдельных учебных предметов»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа разработана на основе:

-основной образовательной программы среднего общего образования МБОУ «Школа № 72 с углубленным изучением отдельных учебных предметов»;

-авторской программы С.А.Гомонова элективного курса «Замечательные неравенства, их обоснование и применение» (Сборник. Элективные курсы в профильном обучении: Образовательная область «Математика» / Министерство образования РФ- Национальный фонд подготовки кадров. – М.: Вита-Пресс, 2004. – 96 с.) .

Срок реализации рабочей программы один учебный год.

Программа рассчитана на 34 часа .

Количество часов в неделю – 1.

Форма проведения аттестации - зачетная работа в конце изучения курса.

Целью данного курса является изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование (в той степени строгости, которая соответствует уровню школьной математики) методов их получения, а также выход на приложения изученного теоретического материала.

Предлагаемый курс предусматривает намеченные, но совершенно не проработанные в основном курсе школьной математике, вопросы. Он дополняет базовую программу по математике, позволяя учащимся пройти путь от способов доказательств несложных числовых неравенств, до обоснования «замечательных» неравенств Коши – Буняковского, Чебышева и др. Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует межпредметные связи. Материал предлагаемого курса даст возможность показать учащимся как красоту и совершенство, так и сложность и изощренность математических методов, порожденных не только алгеброй и математическим анализом, но и геометрией, и даже физикой.

Материал курса делится на два блока. В первом блоке излагаются наиболее распространенные приемы сравнения действительных чисел и установления истинности неравенств с переменной, а второй блок дает учащимся представление о применении неравенств при решении оптимизационных задач.

УЧЕБНО_МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 кл.: учебное пособие/С.А. Гомонов.-3-е изд.,- М.: Дрофа, 2007.
2. Элективные курсы в профильном обучении: Образовательная область «Математика»/Министерство образования РФ- Национальный фонд подготовки кадров. -М:Вита-Пресс,2004
3. Седрабян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. М.: Физматлит, 2002.
4. Петров В.А.. Прикладные задачи на уроках математике. Смоленск: Изд-во СГПУ, 2001.
5. Монахов В.М. и др. Методы оптимизации. Применение математических методов в экономике: Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1978.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА

В результате изучения курса учащиеся должны

- иметь ясное представление о положительных, отрицательных числах и о числе нуль, а также свойствах, связанных с операциями арифметического сложения и умножения действительных чисел;
- знать и уметь использовать понятия «не больше» и « не меньше» для действительных чисел, применять такие свойства ряда элементарных функций, как возрастание и убывание, свойства числовых неравенств;
- уметь применять переходы к сравнению дополнений до единицы и к сравнению расстояний до ближайшего целого числа, а также переход к алгебраическим выражениям;
- знать и уметь использовать для сравнения значений числовых выражений свойство монотонности степенной функции;
- знать неравенство Коши и уметь применять его для решения задач;
- владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;
- применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;
- уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;
- знать метод перебора всех вариантов и уметь применять его при доказательстве неравенств с переменными;
- иметь представление о системе аксиом Пеано; наизусть знать аксиому математической индукции;

- иметь представление о нескольких вариантах метода математической индукции и уметь их использовать при решении задач;

- знать и уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского двумя способами (методом вспомогательной функции и с помощью тождества Лагранжа); уметь применять неравенство при решении задач;

- иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;

- знать определение симметрической функции и симметрического неравенства; уметь использовать для доказательства неравенства его симметричность;

- знать общее определение средней величины произвольного конечного числа действительных чисел; иметь представление о применении в физике средних величин;

- знать и уметь использовать среднее арифметическое взвешенное при решении задач;

- знать и уметь доказывать теорему о соотношении между четырьмя средними в случае двух переменных;

- знать неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения, уметь применять в решении задач;

- знать и уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;

- знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.

Личностные результаты обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшекласниками программы элективного курса относятся:

- сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
- потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Вклад изучения элективного курса в формирование **метапредметных результатов** освоения основной образовательной программы состоит:

- в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;

- формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
- формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ КУРСА

Часть I. Замечательные неравенства.

1. Числовые неравенства и их свойства

Понятие положительного и отрицательного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятия «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

2. Основные методы установления истинности числовых неравенств с переменными.

Сравнение двух чисел – значений числовых выражений « по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами (числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств.

3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Неравенство-следствие. равносильные неравенства. равносильные задачи на доказательство или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод усиления и ослабления, метод подстановки, метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод понижения степеней выражений, образующих левую и правую части неравенств.

4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.

Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних

членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.

Формулировка и обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.

Метод Штурма. Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенств. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

Часть II. Средние величины и соотношения между ними.

7. Средние степенные величины.

Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних». Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.

Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

9. Генераторы замечательных неравенств.

Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Неравенство треугольника. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Неравенство Иенсона.

10. Применение неравенств.

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

№ занятия п/п	Тема занятия	Кол-во часов
	Часть 1. Замечательные неравенства.	
1	Числовые неравенства и их свойства	1
2-3	Основные методы установления истинности числовых неравенств или как узнать «Что больше»?	2
4-6	Основные методы установления истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение.	3
7-10	Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.	4
11-12	Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач.	2
13	Неравенства подсказывают методы их обоснования.	1
	Часть 2. Средние величины и соотношения между ними.	
14-19	Средние степенные величины.	6
20-21	Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.	2
22-31	Генераторы замечательных неравенств	10
32-34	Применение неравенств.	3
	Всего	34

**Тематическое планирование курса
«Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» для 10А, 10Б классов**

КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№»	Тема	Кол-во часов	Сроки
Часть I. Замечательные неравенства.			
Числовые неравенства и их свойства		1	
1	Числовые неравенства и их свойства	1	
Основные методы установления истинности числовых неравенств		2	
2	Основные методы установления истинности числовых неравенств	1	
3	Решение задач на установление истинности числовых неравенств	1	
Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.		3	
4	Понятие неравенства с переменными и его решения.	1	
5	Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.	1	
6	Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение.	1	
Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.		4	
7	Метод перебора всех вариантов и метод математической индукции	1	
8	Система аксиом Джузеппе Пеано.	1	
9	Схема применения принципа математической индукции.	1	
10	Неравенство Коши для произвольного числа переменных	1	
Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.		2	
11	Неравенство Коши-Буняковского и условия его реализации в варианте равенства	1	
12	Применение неравенства Коши-Буняковского для решения задач.	1	
Неравенства подсказывают методы их обоснования.		1	
13	Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника.	1	

Часть 2. Средние величины и соотношения между ними.			
Средние степенные величины: соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств		6	
14	Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношения между ними.	1	
15	Соотношения между средним арифметическим, геометрическим, гармоническим и квадратическим и их геометрические интерпретации.	1	
16	Симметрические средние и круговые неравенства.	1	
17	Среднее арифметическое взвешенное и его свойства	1	
18	Средние степенные, их свойства и применение для обоснования неравенств.	1	
19	Средние степенные взвешенные и их свойства.	1	
Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения		2	
20	Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения		
21	Дальнейшие обобщения Чебышева, и неравенство Коши-Буняковского.		
Генераторы замечательных неравенств		10	
22	Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными	1	
23	Неравенства геометрического происхождения.	1	
24	Свойства одномонотонных последовательностей- источник замечательных неравенств.	1	
25	Некоторые свойства одномонотонных последовательностей и их свёртки	1	
26	Решение задач на установление неравенств с переменными.	1	
27	Свойства центра масс конечной системы материальных точек и выпуклые фигуры.	1	
28	Наглядно-геометрическое получение неравенства $Yg \leq F(x_g)$ и некоторые его частные случаи.	1	
29	Понятие выпуклой и вогнутой функции на промежутке. Неравенство Иенсона	1	
30	Достаточные условия выпуклости и вогнутости функции на промежутке, примеры выпуклых и вогнутых функций	1	
31	Неравенства Коши—Гельдера и Минковского.	1	
Применение неравенств		3	
32	Неравенства в финансовой математики	1	
33	Некоторые задачи на оптимизацию, задача Дидоны.	1	
34	Поиск наибольших и наименьших значений функции с помощью замечательных неравенств.	1	